|  |
| --- |
| MIET |
| **Практикум 2.3. Числовые ряды** |
| [Введите подзаголовок документа] |

|  |
| --- |
| 8191098  [Выберите дату] |

## Упражнение 1.

Создать M-функцию, которая строит в одной системе координат график последовательности членов ряда и график последовательности частичных сумм ряда. При построении этой пары графиков использовать разные цвета и маркеры. В качестве входных параметров M-функции использовать формулу  общего члена последовательности и число  рассматриваемых членов. В качестве выходных параметров вывести значения частичных сумм.

function lab03s2(an,n0)

fplot(an,[1,n0])

hold on; grid

for i=1:1:n0

S(i)=0;

for j=1:1:i

S(i)=S(i)+an(j);

end

plot(i,S(i),'r\*');

end

end

## Упражнение 2.

А)Используя определение, установить сходимость иди расходимость рядов:

1), 2), 3),

4\*) для нескольких значений , , ;

при q = z (комплексное число\*\*).

В случае сходимости ряда найти их сумму.

Б) Используя созданную в **упражнении 1** М - функцию, геометрически проиллюстрировать факт сходимости или расходимости рядов:

1), 2), 3),

4\*) для нескольких значений , , .

Б)

1) >> an=@(n)1/sqrt(n);

>> lab03s2(an,20) 

2) >> an=@(n)1./(n.\*(n+1));

>> lab03s2(an,20) 

3) >> an=@(n)1./((2\*n-1).\*(2\*n+1));

>> lab03s2(an,20) 

4) 0 < q < 1

>> an=@(n)0.5.^n;

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)1.^n;

>> lab03s2(an,20)

.

>> an=@(n)2.^n;

>> lab03s2(an,10)



## Упражнение 3.

Подкрепите примерами утверждение: «Стремление -го члена к нулю при  является необходимым, но не является достаточным условием сходимости числового ряда». В качестве примеров, используйте ряды из упражнения 2. Заполните Табл. 1, дополнив ее геометрическими иллюстрациями - для каждого ряда постройте в одной системе координат график последовательности  и . \*Добавьте собственные примеры\*

>> an=@(n)1/sqrt(n);

>> lab03s2(an,20)

****

## Упражнение 4.

а) Пусть ряды  и  расходятся. Что можно сказать о сходимости ряда ? Подкрепите ваше предположение примерами, проиллюстрировав факт сходимости/расходимости соответствующих рядов графиками последовательности их частичных сумм.

б) Пусть ряд  сходится,  расходится. Что можно сказать о сходимости ряда ? Подкрепите ваше предположение примерами, проиллюстрировав факт сходимости/расходимости соответствующих рядов графиками последовательности их частичных сумм.

А) >> an=@(n)1/n;

>> bn=@(n)1/sqrt(n);

>> F=@(n)1/n+1/sqrt(n);

>> lab03s2(F,20)



Сумма двух расходящихся рядов расходится

Б) >> an=@(n)1/n^2;

>> bn=@(n)1/sqrt(n);

>> F=@(n)1/n^2+1/sqrt(n);

>> lab03s2(F,20)



## Упражнение 5.

а)Используя определение, установить сходимость иди расходимость рядов  для значений , *α* = 1 (при *α* = 1 мы имеем гармонический ряд, он расходится\*), .

б) Используя созданную в упражнении 1 М - функцию, геометрически проиллюстрируйте факт сходимости или расходимости рядов вида  для значений *α* = 2/3, , .

Б) >> an=@(n)1/n^(2/3);

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)1/n^2;

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)1/n;

>> lab03s2(an,20)



## Упражнение 6.

Даны ряды (1)  (2) , (3) , (4) .

а)Используя признак сравнения, установить сходимость или расходимость рядов, сравнив их общие члены с общими членами ряда  при подходящих значениях  и .

б) Геометрически проиллюстрируйте использование признака сравнения: используйте М – функцию из упражнения 1 для каждой пары сравниваемых рядов, а также\* создайте вторую М – функцию, которая для каждой пары сравниваемых рядов строит в одной системе координат графики последовательностей общих членов, а в другой - графики последовательностей их частичных сумм.

>> an=@(n)log(n)/(n^(2/3));

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)exp(-n^2);

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)3^n/((n+1)\*2^n);

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)2^n/((n+1)\*3^n);

>> lab03s2(an,20)



## Упражнение 7.

а)Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

(1)  для произвольного α и, в частности, для *α* = 1/2, , .

(2) , (3), (4) .

б) Сделайте геометрическую иллюстрацию сходимости рядов  и соответствующих рядов , составленных из абсолютных членов.

1) >> an=@(n)(-1)^n\*(1/n^0.5);

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)abs((-1)^n\*(1/n^0.5));

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)(-1)^n\*(1/n^1);

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)abs((-1)^n\*(1/n^1));

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)(-1)^n\*(1/n^2);

>> lab03s2(an,20)



>> an=@(n)abs((-1)^n\*(1/n^2));

>> lab03s2(an,20)



2) >> an=@(n)(-1)^n\*log(n)/n;

>> lab3s2(an,20,2)



>> an=@(n)abs((-1)^n\*log(n)/n);

>> lab3s2(an,20,2)



3) >> an=@(n)sin(n)/n;

>> lab3s2(an,20,1)



>> an=@(n)abs(sin(n)/n);

>> lab3s2(an,20,1)



4) >> an=@(n)sin(n)/n^2;

>> lab3s2(an,20,1)



>> an=@(n)abs(sin(n)/n^2);

>> lab3s2(an,20,1)



## Часть 2.

## Упражнение 1

Пусть к ряду  применимо Утверждение об оценке остатка ряда. Создайте M-функцию, которая оценивает число членов, достаточное для вычисления суммы ряда с заданной точностью , и вычисляет сумму ряда с заданной точностью. В качестве входных параметров M-функции используйте формулу общего члена последовательности и точность .

Вывести S=±и , а также  при *n* и при n - 1.

function lab03v2( f, epsilon)

s=0;

k=1;

q=10;

R=10;

while (q>=1)

q=f(k+1)/f(k);

s=s+f(k);

k=k+1;

end

while (R > epsilon)

R=f(k+1)/(1-q);

q=f(k+1)/f(k);

s=s+f(k);

k=k+1;

end

sn=s

n=k+1

x=f(n)/(1-q)

y=f(k)/(1-q)

end

## Упражнение 2

Дан ряд ()(*i* –номер варианта по номеру компьютера, см. ниже).

а) Показать аналитически, что для ряда выполняется условие Утверждения об оценке остатка ряда.

б) Применить созданную при выполнении упражнения 1 М-функцию для вычисления с точностью до 0,001 суммы ряда. Вывести S=±0.001 и , а также  при n и при *n* - 1. Показать, что в первом случае число  больше 0,001, а во втором меньше 0,001

>> f=@(n)(2\*n-1)/2^n;

>> lab03v2(f,0.001)

sn =

2.9995

k =

17

x =

5.3827e-04

y =

0.0010

## Упражнение 3

Пусть к ряду  применимо Утверждение об оценке остатка ряда. Создайте M-функцию, которая оценивает число членов знакочередующихся рядов, достаточное для вычисления суммы ряда с заданной точностью , и вычисляет сумму ряда с заданной точностью. В качестве входных параметров M-функции используйте формулу общего члена последовательности и точность . Вывести S=± и , а также  при n и при n-1.

function lab03v3( f, epsilon )

s=0;

k=1;

while (abs(f(k))>=epsilon)

s=s+f(k);

k=k+1;

end

sn=s

n=k+1

end

## Упражнение 4.

Дан ряд (*i*) (*i* –номер варианта по номеру компьютера, см. ниже).

а) Показать аналитически, что для ряда выполняется условие Утверждения об оценке остатка ряда.

б) Применить созданную при выполнении **упражнения 3** М - функцию для вычисления с точностью до 0,001 суммы ряда. Вывести S=±0.001 и , а также  при n и при n-1. Показать, что в первом случае число больше 0,001, а во втором меньше 0,001

>> f=@(n)(-1)^(n-1)/(2\*n-1);

>> lab03v3(f,0.001)

sn =

0.7849

n =

502

x =

9.9900e-04

y =

-0.0010